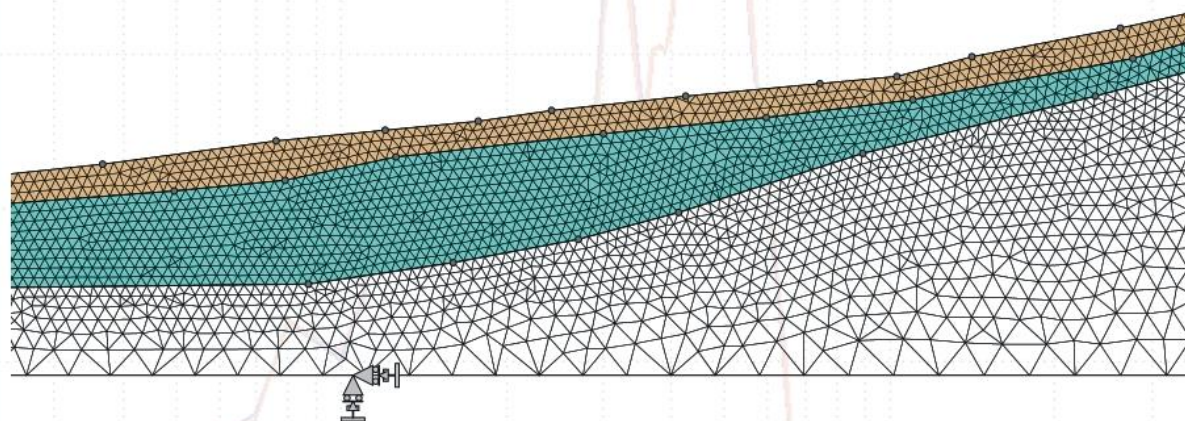


RISPOSTA
SISMICA
LOCALE

LSR^{2D}
LOCAL SEISMIC RESPONSE

Confronto tra i codici di calcolo QUAD4-M e LSR^{2D}



LSR^{2D}

Confronto tra i codici di calcolo *QUAD4-M* e *LSR2D*

Introduzione

Questo documento riporta un confronto tra i risultati di un'analisi di risposta sismica locale condotta con il codice di calcolo *LSR2D* (Stacec Srl) e *QUAD4M* (Martin Hudson e I.M. Idriss – University of California). Il caso di studio in oggetto fa parte di una serie di test condotti per la validazione dei risultati dello stesso codice di calcolo *LSR2D*.

Tale confronto viene effettuato sulla risposta dinamica di una colonna di terreno omogeneo eccitata da un'accelerazione in "outcrop".

Descrizione dei codici di calcolo utilizzati

Entrambi i codici di calcolo utilizzati per le analisi consentono di effettuare l'analisi di risposta sismica locale di tipo bidimensionale, lineare equivalente, con il metodo agli elementi finiti. Il deposito viene discretizzato in una *mesh* di elementi di forma triangolare o, preferibilmente, quadrangolare, consentendo una efficace modellazione della variazione geometrica del contatto deposito-basamento, così come delle irregolarità della superficie topografica e dei contatti stratigrafici. La generazione della *mesh* è una delle fasi più delicate in un'analisi agli elementi finiti, dipendendo da essa sia l'accuratezza della soluzione e sia l'onere computazionale. In generale si può affermare che tanto più la *mesh* è fitta tanto più la soluzione è accurata e tanto maggiori sono il tempo e la memoria richiesta dall'elaborazione. L'utilizzo di una *mesh* eccessivamente grossolana si traduce in un filtraggio delle componenti di alta frequenza poiché le piccole lunghezze d'onda non possono essere adeguatamente modellate da nodi troppo distanti tra loro. Viene perciò generalmente raccomandato di scegliere l'altezza h di ogni elemento in modo che risulti:

$$h \leq \left(\frac{1}{8} \div \frac{1}{5}\right) \frac{V_s}{f_{max}}$$

dove:

- h : passo della mesh;
- V_s : velocità di propagazione delle onde di taglio nel mezzo discretizzato;
- f_{max} : frequenza massima considerata nell'analisi (generalmente pari a 20-25 Hz).

Ciò significa che avendo ad esempio a che fare con un terreno avente una $V_s = 350 \text{ m/s}$ il passo mesh dovrebbe essere risultare $h \leq 1.75 \text{ m}$.

L'equilibrio globale è espresso dal sistema di equazioni:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = -\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_b$$

dove:

- \mathbf{u} è il vettore degli spostamenti nodali;
- \mathbf{M} la matrice delle masse globale;
- \mathbf{K} la matrice delle rigidezze globale;

- \mathbf{C} la matrice di smorzamento globale
- $\ddot{\mathbf{u}}_b$ la storia temporale dell'accelerazione di input.

Le equazioni appena descritte vengono risolte tramite integrazione diretta nel dominio del tempo con il metodo di Newmark ed in modo particolare con il metodo CAA (*Constant Average Acceleration Method*) che è incondizionalmente stabile e non introduce alcun *damping* numerico.

Il moto sismico di input $\ddot{\mathbf{u}}_b$ viene applicato simultaneamente a tutti i nodi della base sotto forma di onde trasversali SV e/o onde di compressione P (*in plane motion*) con direzione di propagazione verticale ed ha il significato fisico di un moto registrato su affioramento piano del basamento (*outcropping bedrock*).

In ogni problema di propagazione di onde sismiche, parte dell'energia si allontana indefinitamente dalla regione di interesse verso il semispazio circostante. L'estensione finita della zona discretizzata comporta necessariamente la presenza di confini che devono modellare il più accuratamente possibile questa aliquota di energia persa per radiazione. In QUAD4M alla base del modello sono implementati smorzatori viscosi (non presenti nella versione precedente QUAD-4) che consentono quindi di tener conto dello smorzamento di radiazione. Ai lati del modello è invece possibile imporre unicamente contorni di tipo elementare (cerniere e carrelli). Poiché l'energia che giunge a questi confini viene completamente riflessa la perdita per radiazione può essere simulata solo tramite un adeguato allontanamento dei confini dalla regione. Se lo smorzamento dei materiali è basso tali distanze possono essere notevoli con incremento considerevole delle dimensioni della mesh e del costo computazionale. Tale limite è invece viene superato in LSR2D, tale software, infatti, da la possibilità di modellare smorzatori viscosi anche ai lati del modello, simulando dunque le perdite per radiazione di energia appena evidenziate.

La non linearità del terreno viene tenuta in conto attraverso l'esecuzione di analisi lineari equivalenti. Il modulo di taglio G e il rapporto di smorzamento D vengono fatti dipendere dal livello della deformazione tangenziale γ indotta dalle sollecitazioni sismiche. A partire dai valori iniziali dei parametri di rigidezza e smorzamento, con una prima analisi si determina, per ciascun elemento, un primo valore caratteristico (o effettivo) della deformazione tangenziale γ_{eff} . Dalle curve $G/G_0 - \gamma$ e $D - \gamma$ (figura 2 e figura 3) si determinano nuovi valori dei parametri dinamici, le matrici di rigidezza e smorzamento di ciascun elemento vengono aggiornate e si esegue una nuova analisi determinando un nuovo valore caratteristico. Il procedimento viene ripetuto fino a quando lo scarto percentuale tra i valori di G , D e γ_{eff} viene ritenuto arbitrariamente accettabile. In genere 5-6 iterazioni sono sufficienti per contenere gli scarti in poche unità percentuali, anche nel caso di comportamenti marcatamente non lineari. Il valore caratteristico γ_{eff} è un valore considerato mediamente rappresentativo della storia temporale $\gamma(t)$ irregolare cui è soggetto il generico elemento, ed è espresso come un'aliquota α costante del valore massimo di $\gamma(t)$.

Le proprietà dissipative del terreno sono modellate attraverso la matrice di dissipazione \mathbf{C} . Essa deriva dall'assemblaggio delle matrici di dissipazione dei singoli elementi calcolate secondo la formulazione di Rayleigh completa:

$$\mathbf{C}_i = \alpha_{Ri} \mathbf{M}_i + \beta_{Ri} \mathbf{K}_i$$

dove α_{Ri} e β_{Ri} sono i coefficienti di Rayleigh ed \mathbf{M}_i , \mathbf{C}_i e \mathbf{K}_i le matrici locali del *singolo* elemento.

L'adozione di una formulazione alla Rayleigh comporta uno smorzamento dipendente dalla frequenza che

può condizionare in maniera sensibile i risultati di un'analisi numerica. Per minimizzare tale variazione per entrambi i codici di calcolo i coefficienti di *Rayleigh* vengono calcolati in funzione di due frequenze naturali dell'intero deposito, ω_m e ω_n :

$$\alpha_{Ri} = \xi_i \frac{2 \omega_m \omega_n}{\omega_m + \omega_n}$$

$$\beta_{Ri} = \xi_i \frac{2}{\omega_m + \omega_n}$$

in cui:

- ξ_i è il rapporto di smorzamento viscoso dell' i -esimo elemento finito;
- $\omega_m = \omega_1$ prima frequenza naturale di vibrazione del deposito di terreno;
- $\omega_n = n \omega_1$ essendo n l'intero dispari che approssima per eccesso il rapporto tra la frequenza predominante dell'input sismico ω_{IN} e la frequenza ω_1 .

A titolo di esempio, nel caso di smorzamento ξ^* costante per tutto il deposito, è possibile dimostrare che un'analisi lineare eseguita con QUAD4M o LSR2D fornisce gli stessi risultati di un'analisi modale con rapporto di smorzamento modale dell'intero sistema variabile con la frequenza circolare naturale ω_j secondo la:

$$\xi_j = \frac{2 \xi^*}{\omega_1 + \omega_n} \left(\frac{\omega_n \omega_1}{2 \omega_j} + \frac{\omega_j}{2} \right)$$

La variazione dello smorzamento viene così minimizzata nel campo di frequenza di interesse definito sia in termini di caratteristiche di vibrazione del sistema (ω_1) che in termini di contenuto in frequenza dell'input sismico in ingresso al sito (ω_{IN}) (figura 1-b). Questo consente di ottenere risultati in buon accordo con quelli calcolati da modelli a smorzamento indipendente dalla frequenza (Lanzo et al., 2003 e 2004a). In generale, il calcolo dei coefficienti di *Rayleigh* in funzione di due frequenze di controllo (figura 1) consente di ridurre la variazione dello smorzamento in un più ampio campo di frequenza rispetto alla procedura a singola frequenza di controllo (figura 1-a). Questa ultima, è implementata, nel codice FLAC e nella precedente versione di QUAD4M (denominata QUAD4) in cui α_{Ri} e β_{Ri} sono calcolati in funzione della sola ω_1 .

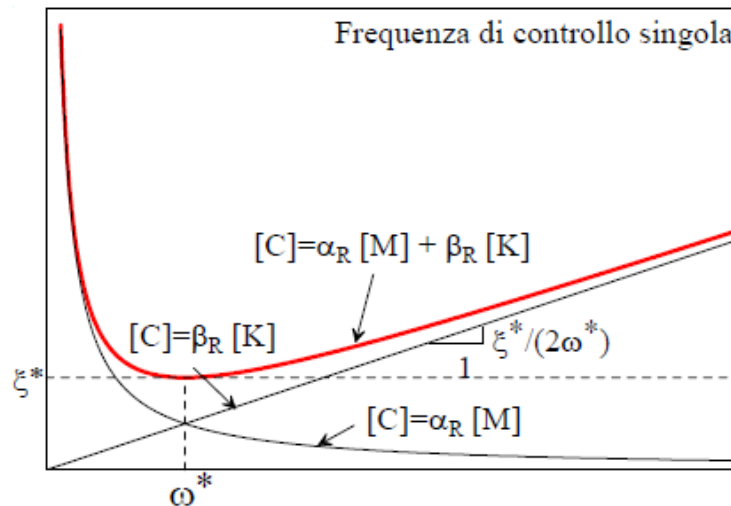


Figura 1-a. Variazione del rapporto di smorzamento modale con la frequenza naturale nel caso di formulazione di Rayleigh a singola frequenza di controllo implementata nel codice FLAC.

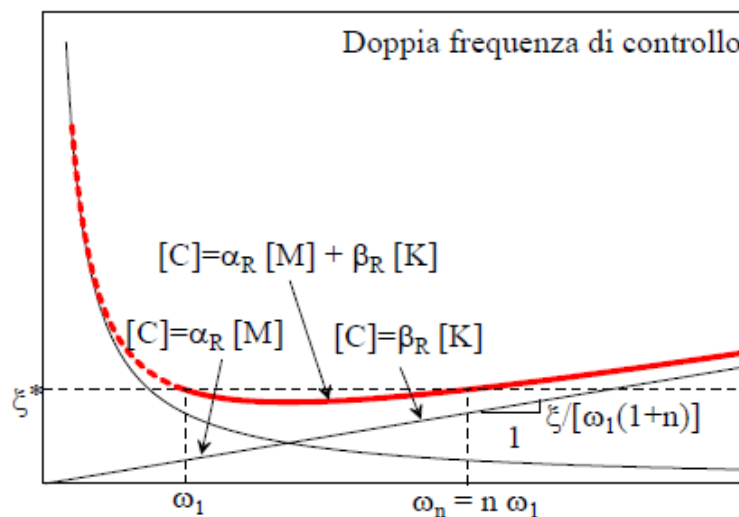


Figura 2-b. Variazione del rapporto di smorzamento modale con la frequenza naturale nel caso di formulazione di Rayleigh a doppia frequenza di controllo implementata nei codici QUAD4M ed LSR2D.

In definitiva per entrambi i codici di calcolo occorre quindi fornire in input, per ciascun materiale, i seguenti parametri:

- peso dell'unità di volume, modulo di taglio e smorzamento a basse deformazioni, coefficiente di *Poisson* dei materiali;
- la curva di attenuazione con il livello di deformazione tangenziale del modulo di rigidezza, normalizzata rispetto al valore iniziale;
- la curva di variazione del rapporto di smorzamento con il livello di deformazione tangenziale;
- la costante α per il calcolo del valore caratteristico della deformazione tangenziale a partire dal valore massimo di $\gamma(t)$ (in genere pari a 0.65).

In uscita il codice fornisce:

- accelerazioni massime in tutti i nodi della mesh;
- sforzi e deformazioni tangenziali massime in ciascun elemento;
- storia temporale dell'accelerazione nei nodi selezionati (componenti verticali e orizzontali).

Descrizione del problema analizzato

Di seguito si riporta una schematizzazione della problematica studiata:

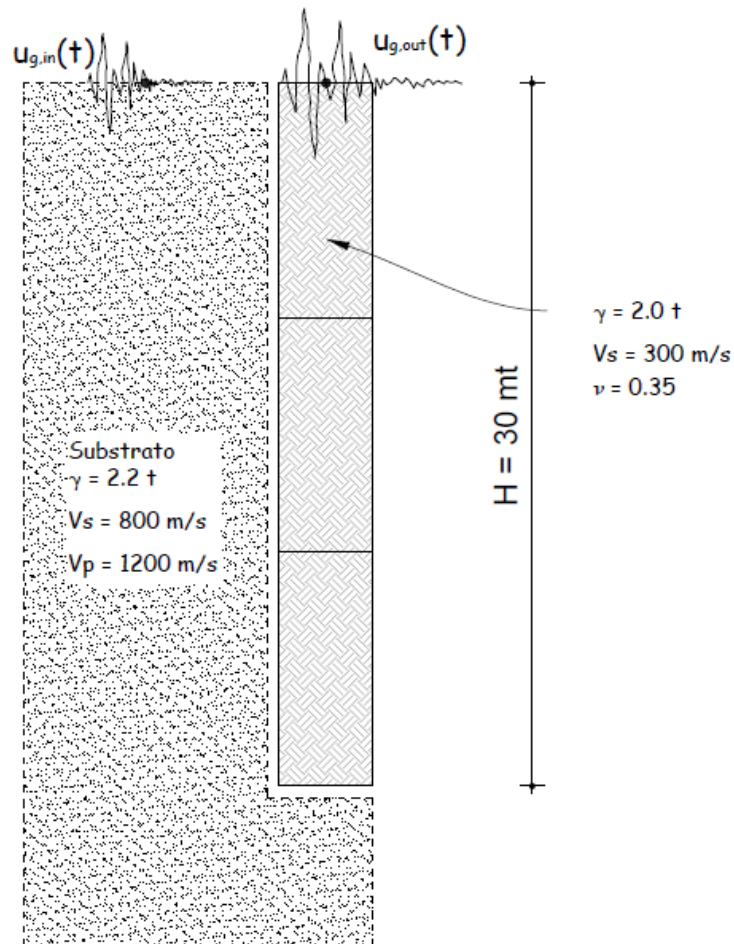


Figura 2. Caso di studio.

Si tratta di una colonna di terreno omogenea avente un'altezza di 30 metri con le seguenti caratteristiche meccaniche:

- Densità di massa: $\gamma = 2.0 \text{ ton}$;
- Velocità delle onde di taglio: $V_s = 350 \text{ m/s}$;
- Coefficiente di contrazione trasversale: $\nu = 0.35$.

La risposta del materiale in termini di modulo di taglio secante e rapporto di smorzamento equivalente in funzione della deformazione tangenziale è tenuta in conto attraverso le seguenti curve di decadimento.

Il substrato sottostante la colonna presenta le seguenti caratteristiche:

- Densità di massa: $\gamma = 2.2 \text{ ton}$;
- Velocità delle onde s: $V_s = 800 \text{ m/s}$;

- Velocità delle onde p: $V_p = 1200 \text{ m/s.}$

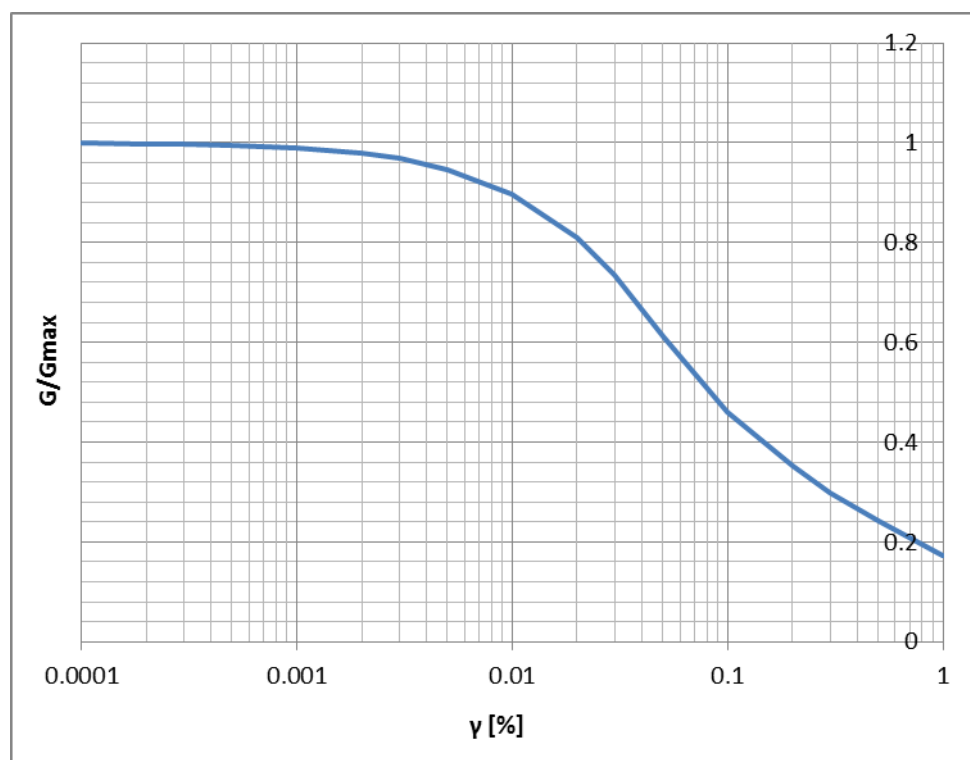


Figura 3-a. Variazione del modulo di taglio con la deformazione tangenziale.

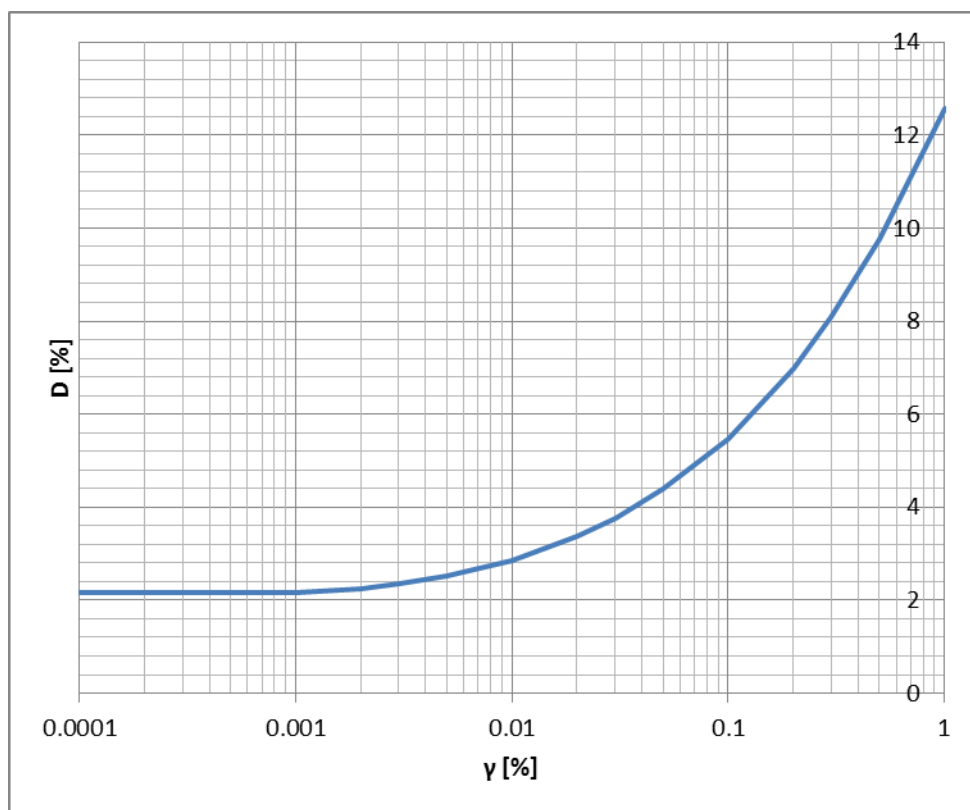


Figura 3-b. Variazione del rapporto di smorzamento viscoso con la deformazione tangenziale.

I cui valori sono riportati nella seguente tabella.

γ [%]	G/G_{\max}	D [%]
0,0001	0,9991	2,15
0,0002	0,998	2,15
0,0003	0,997	2,15
0,0005	0,994	2,15
0,001	0,989	2,17
0,002	0,98	2,24
0,003	0,969	2,35
0,005	0,946	2,53
0,01	0,897	2,86
0,02	0,809	3,37
0,03	0,735	3,77
0,05	0,613	4,4
0,10	0,461	5,47
0,20	0,352	6,98
0,30	0,299	8,08
0,50	0,242	9,77
1,00	0,172	12,56

L'input sismico è dato da l'accelerogramma riferito su suolo affiorante rappresentato in **figura 4** ed i valori numerici sono disponibili nella directory d'installazione del software.

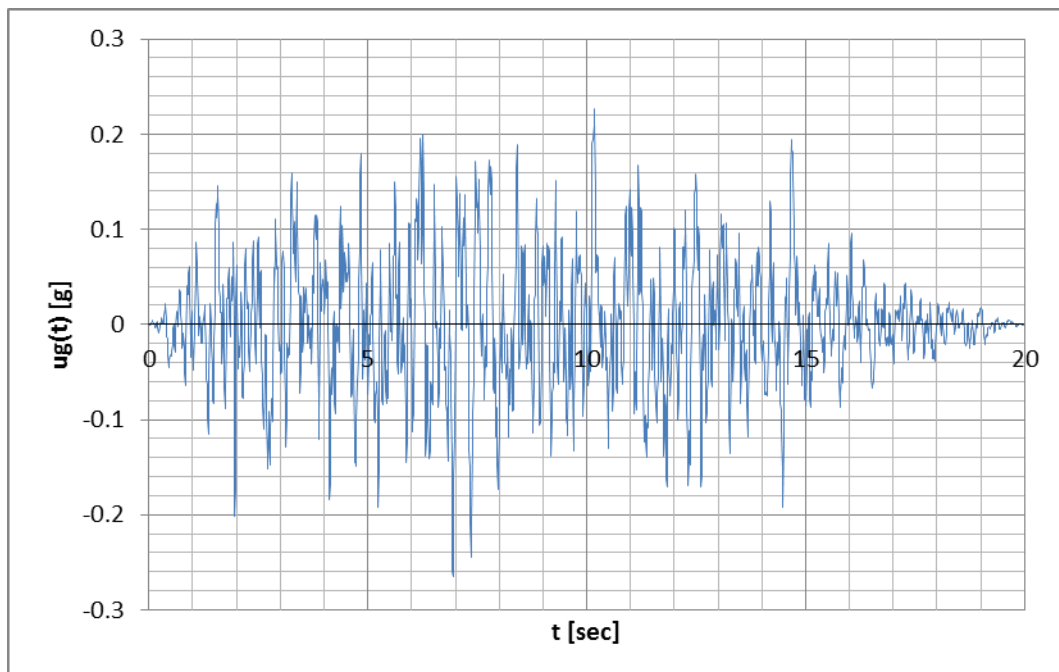


Figura 4. Accelerogramma di input su suolo affiorante (H=1-(1).txt - disponibile nella directory di installazione del software).

Modellazione con LSR2D

In figura 5 viene rappresentata la discretizzazione della colonna di terreno mediante elementi finiti quadrangolari, processata con il generatore di mesh interno ad LSR2D.

Input

Gli elementi utilizzati presentano tutti una forma perfettamente regolare ed hanno lato di lunghezza pari ad 1 mt.

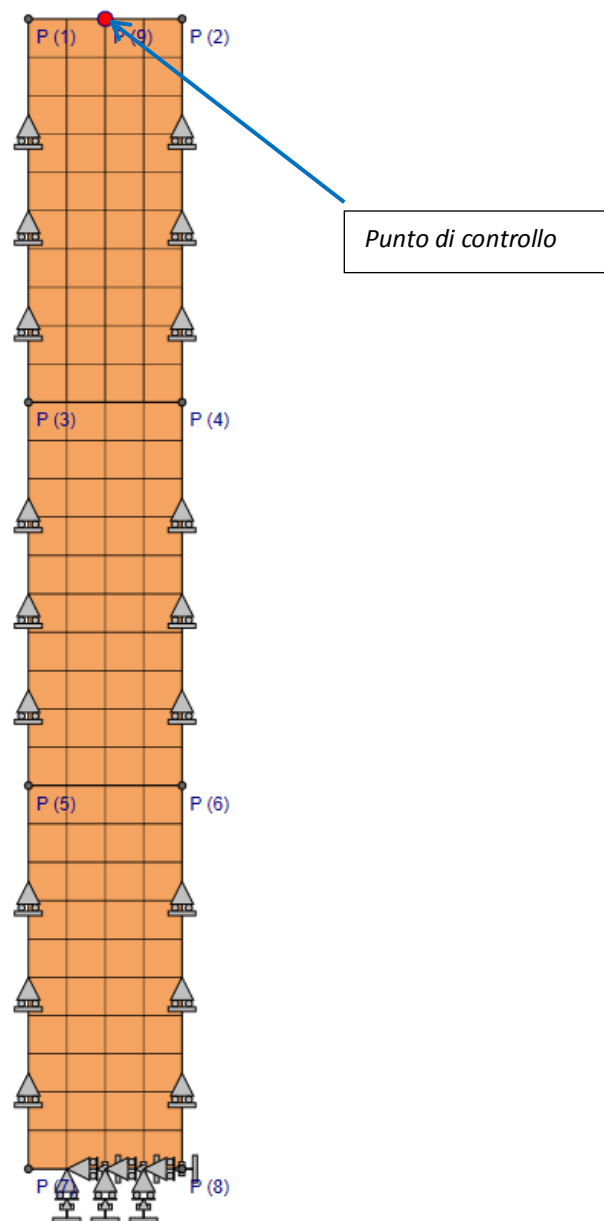


Figura 5. Modellazione della colonna con LSR2D.

Le condizioni al contorno imposte sul modello sono le seguenti:

- Spostamenti verticali impediti in modo da simulare un modello monodimensionale e quindi consentendo solo deformazioni a taglio;
- Smorzatori viscosi alla *Lysmer & Kuhlemeyer*, posti alla base della colonna, per tener conto della presenza del substrato ed aventi una costante di smorzamento $c = \rho l V_{sb}$.

L'input in *outcrop* è dato dall'accelerogramma rappresentato in figura 4.

Al materiale che costituisce il deposito nonché al substrato vengono assegnate le proprietà descritte nel paragrafo precedente.

Processing

L'elaborazione, con i seguenti valori iniziali $G_{iniz} = 171.50 \text{ MPa}$ e $D_{iniz} = 1\%$ definiti per il materiale, richiede 4 iterazioni per il raggiungimento di un target di convergenza definito rispettivamente da un errore relativo sul modulo di taglio $Err_G = 1\%$ e da un errore relativo sul rapporto di smorzamento viscoso $Err_D = 1\%$.

Di seguito si riportano gli output visualizzati dal software durante l'elaborazione:

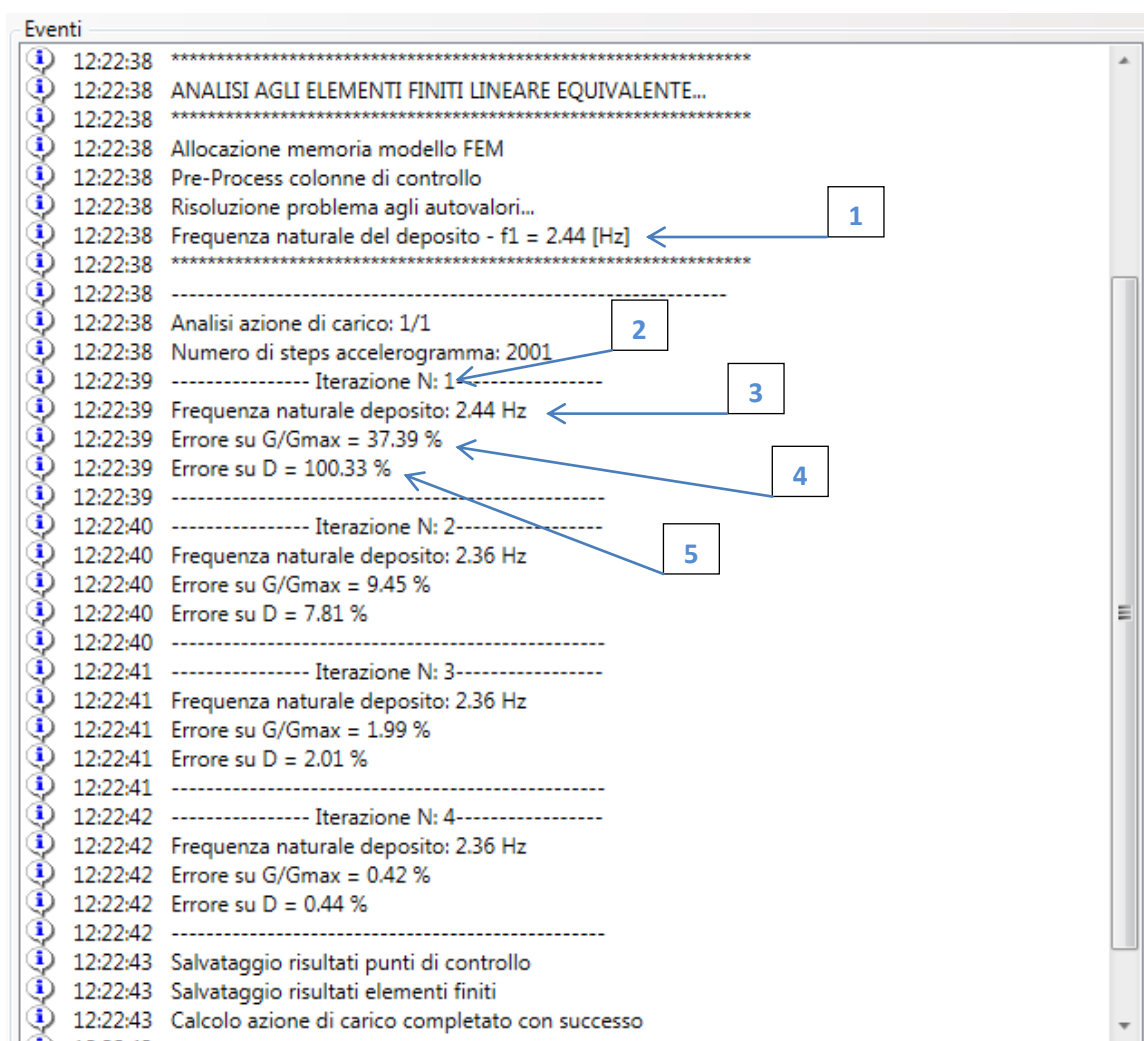


Figura 6. Output di LSR2D durante l'elaborazione.

Dalla figura 6 è possibile evincere come il software LSR2D fornisce durante l'elaborazione:

1. Frequenza naturale del deposito calcolata sulla utilizzando per i materiali i valori iniziali del modulo di taglio G_{iniz} e del rapporto di smorzamento viscoso D_{iniz} assegnati dall'utente;
2. Indice dell'iterazione corrente nel processo lineare equivalente;
3. Frequenza naturale del deposito valutata sulla base delle caratteristiche dei materiali che si hanno all'iterazione corrente nel processo lineare equivalente;

4. Errore relativo sul modulo di taglio, massimo su tutti gli elementi ed espresso in percentuale all'iterazione corrente nel processo lineare equivalente;
5. Errore relativo sul rapporto di smorzamento viscoso, massimo su tutti gli elementi ed espresso in percentuale all'iterazione corrente nel processo lineare equivalente;

Ottenuta la convergenza del processo lineare equivalente per la condizione di carico corrente il software visualizza un confronto tra la risposta spettrale in accelerazione della componente orizzontale del segnale in input e la risposta spettrale in accelerazione della componente orizzontale in output. Quest'ultima viene visualizzata per gli n punti di controllo sul modello definiti in fase di input;

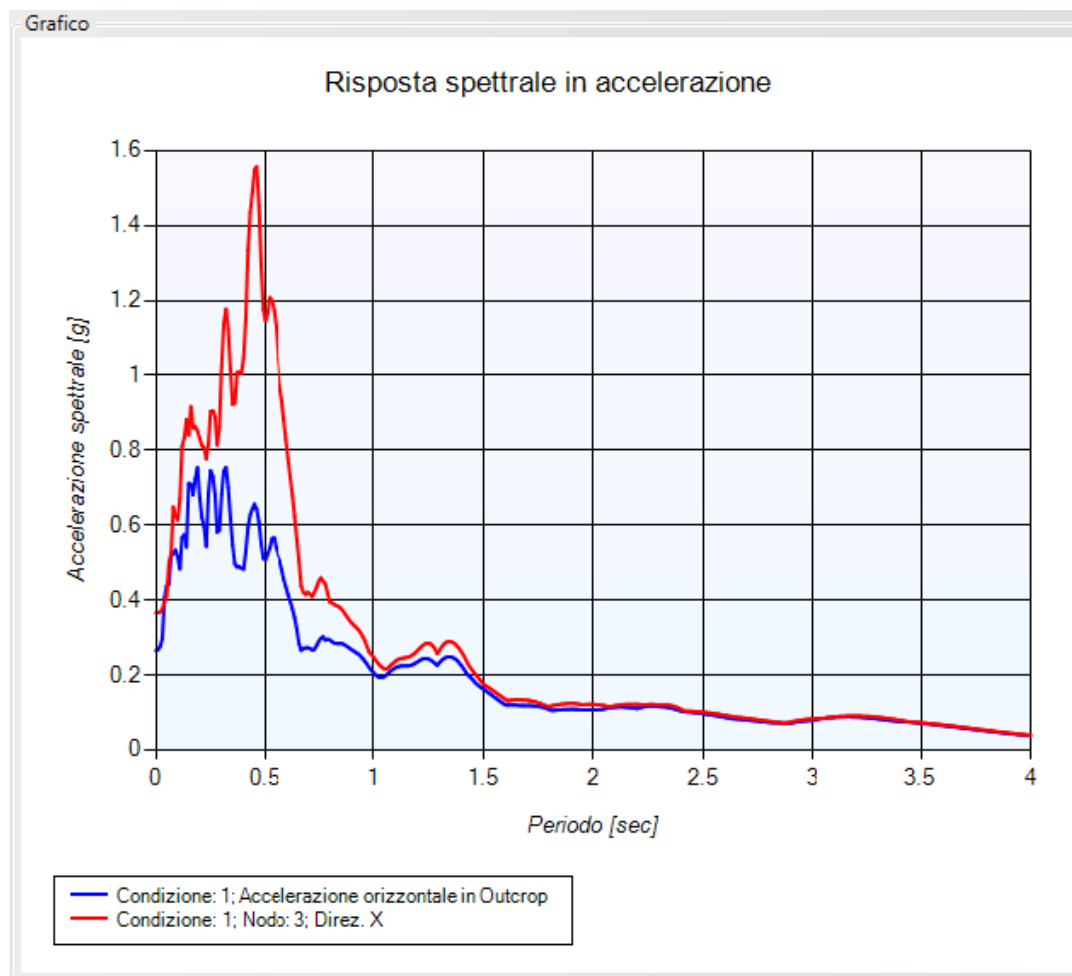


Figura 7. Output in termini di spettri in accelerazione di LSR2D durante l'elaborazione.

Output

Terminata l'analisi il software fornisce per ogni condizione di carico e per ogni punto di controllo definito dall'utente:

- Storie temporali di spostamento, velocità ed accelerazione;
- Spettri di risposta in spostamento, velocità ed accelerazione.

Sull'intero deposito, per ogni condizione di carico e per ogni elemento finito, fornisce i valori massimi e minimi sulla storia temporale di:

- Spostamento;
- Velocità;

- Accelerazione;
- Stato deformativo;
- Stato tensionale;
- Stato dei materiali in termini di decadimento del modulo di taglio e del rapporto di smorzamento viscoso.

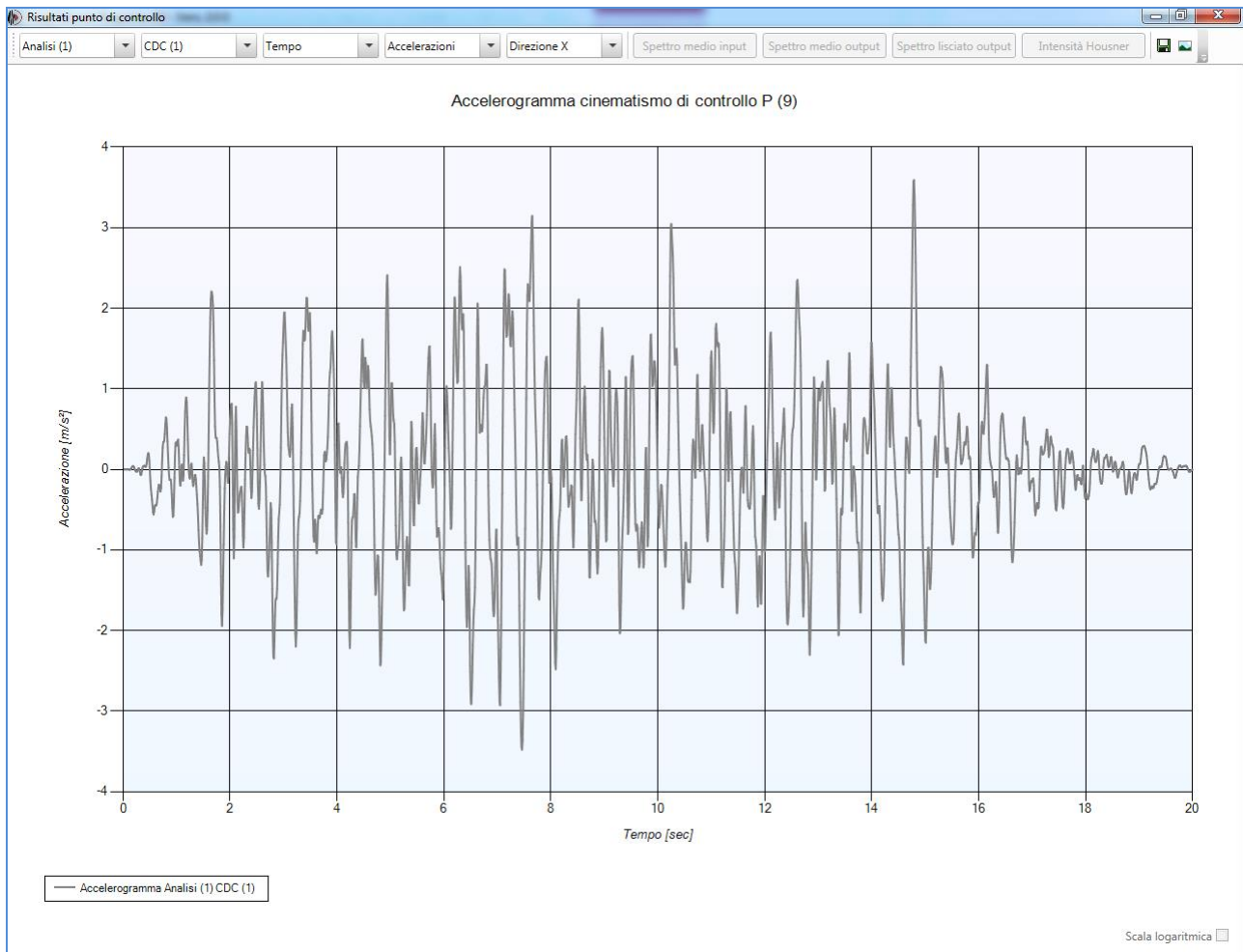


Figura 8. Output in termini di storia temporale in accelerazione di LSR2D.

Inoltre è possibile visualizzare in output la variazione con la profondità fornisce i valori massimi e minimi sulla storia temporale dei dati appena elencati. Tale variazione la si può ottenere per ogni colonna di controllo definita in fase di input.

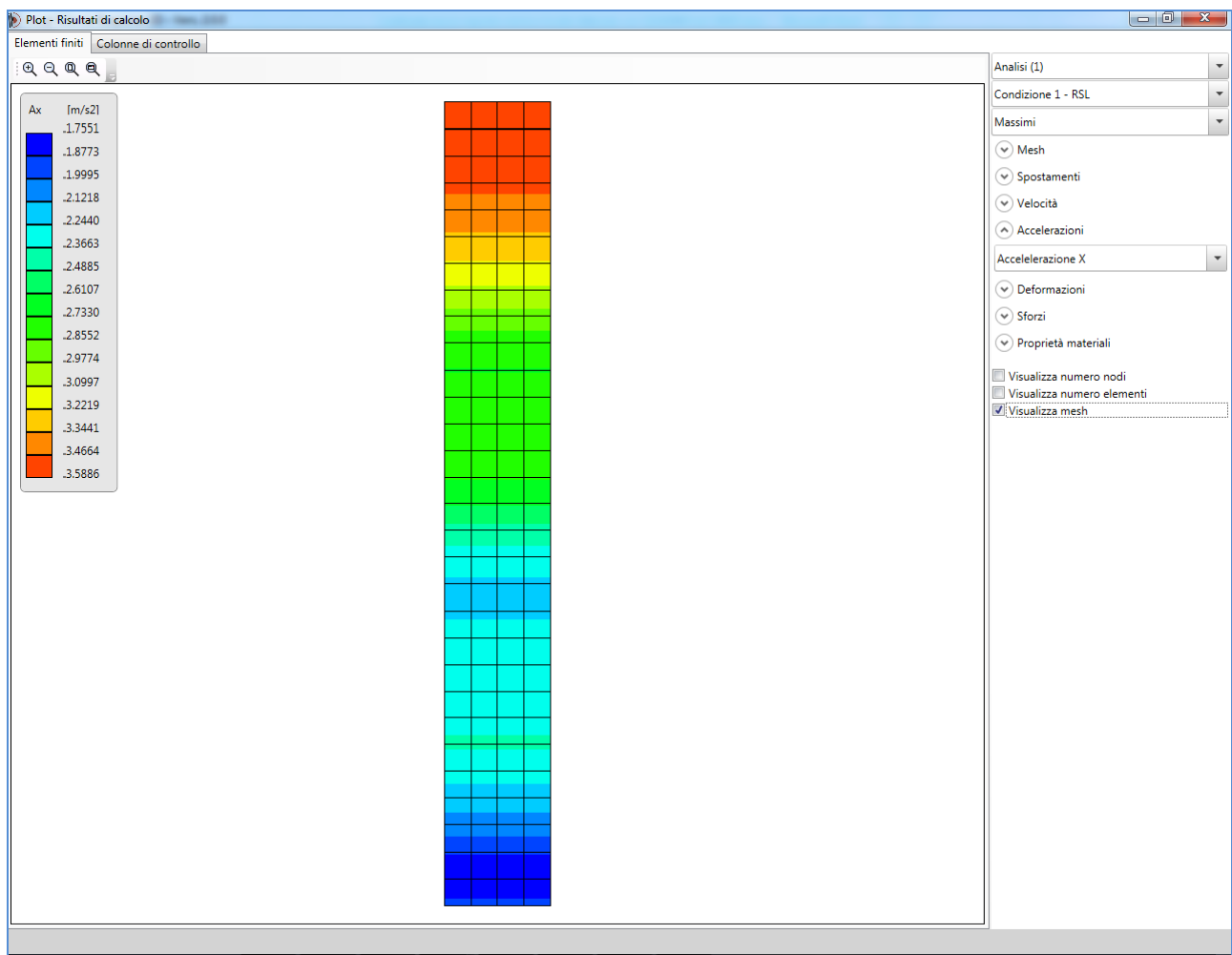


Figura 9. Output in termini di accelerazione massima sul modello di LSR2D.

Confronto tra risultati ottenuti con LSR2D e QUAD4M

La scelta di effettuare un esame comparativo dei risultati prodotti da LSR2D con QUAD4M scaturisce dal fatto che quest'ultimo essendo da molti anni impiegato nel campo della ricerca scientifica è ad oggi il codice più diffuso ed utilizzato nelle analisi numeriche di risposta sismica locale.

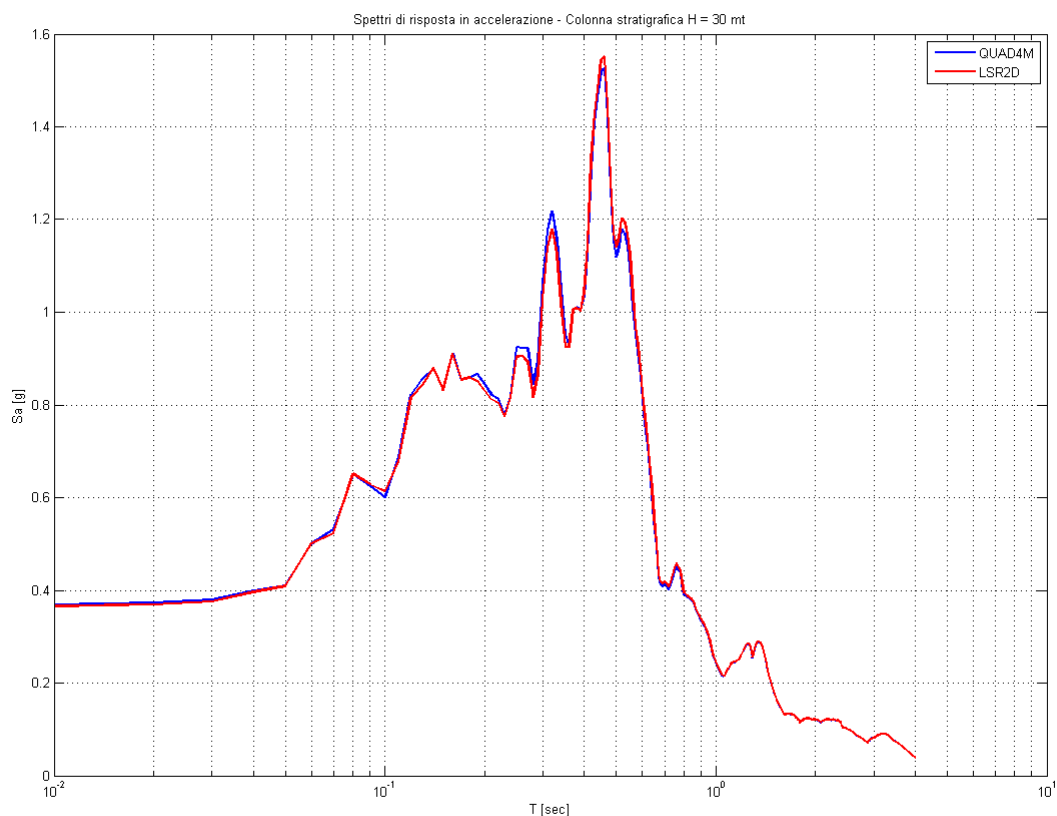


Figura 10. Confronto in termini di spettri di risposta in accelerazione tra QUAD4-M e LSR2D.

I risultati messi a confronto, vengono sintetizzati in figura10, figura11 e figura12 che riportano rispettivamente gli spettri di risposta in accelerazione valutati sull'unico punto di controllo presente nel modello e posto alla sommità della colonna di terreno, la variazione dei valori massimi assoluti dell'accelerazione con la profondità e la variazione dei valori massimi assoluti della tensione tangenziale con la profondità.

È abbastanza evidente come le differenze maggiori, seppur accettabili, tra i risultati si hanno sulle variazioni di tensione con la profondità, mentre sui risultati sia in termini di spettro di risposta in accelerazione che di variazione dell'accelerazione con la profondità le differenze sono minime. Considerando che per entrambi i codici di calcolo è stata utilizzata nella loro implementazione la stessa formulazione matematica per descrivere il problema fisico, probabilmente tale comportamento è da attribuire a differenti tecniche utilizzate per estrapolazione dello stato tensionale dai punti di Gauss ai nodi, oppure alle successive tecniche di smooting dello stesso campo tensionale utilizzate nei due codici.

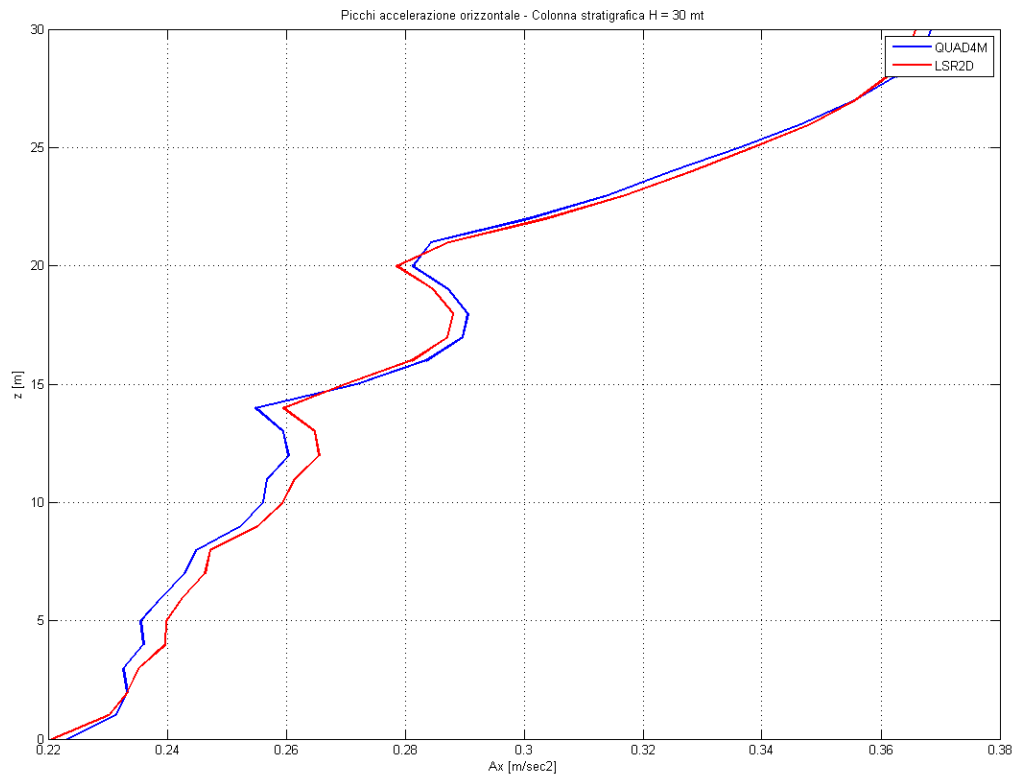


Figura 11. Confronto in termini di variazione dell'accelerazione con la profondità del deposito tra QUAD4-M e LSR2D.

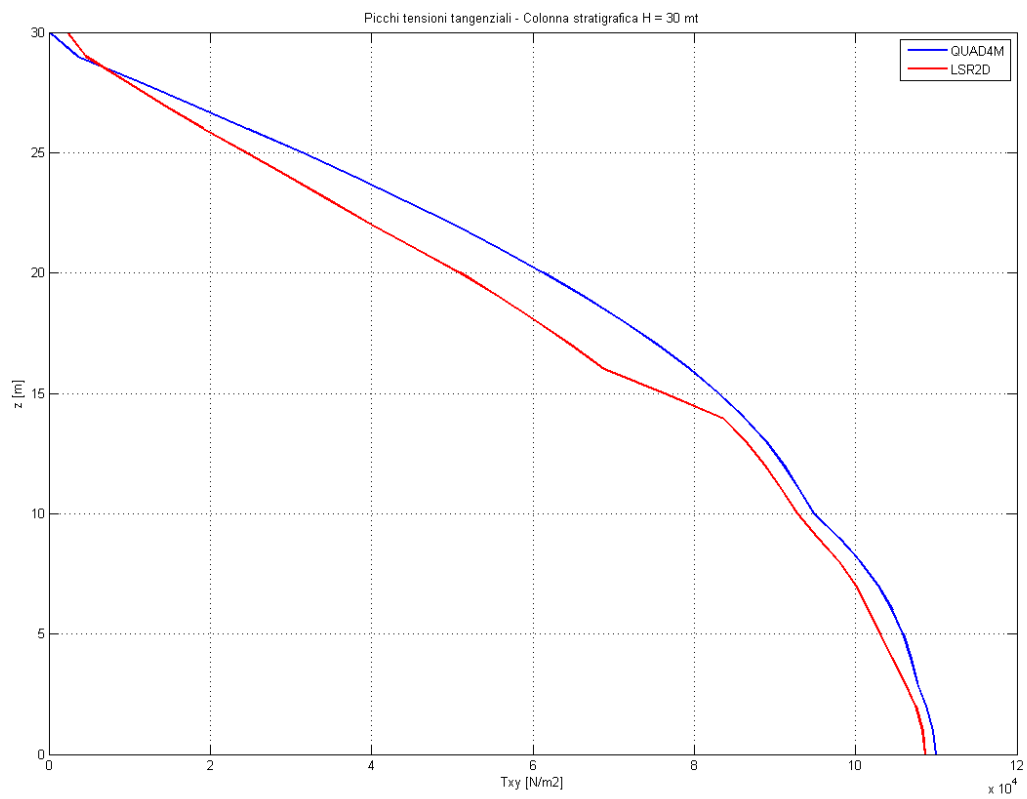


Figura 12. Confronto in termini di variazione della tensione tangenziale con la profondità del deposito QUAD4-M e LSR2D.